

Задача А. Интересный год

Можно заметить, что если мы переберем все дни в году, начиная с дня недели M , в худшем случае сделаем 366 операций. Будем одновременно поддерживать текущий день недели и считать количество сред и вторников. В конце, если количество вторников не равно количеству сред, выведем «YES», иначе выведем «NO».

Фрагмент кода на языке C++:

```
int n, m;
cin >> n >> m;
--m;

int days = 365; // количество дней в году
if ((n % 4 == 0 && n % 100 != 0) || n % 400 == 0) {
    ++days; // если текущий год високосный, в нём на один день больше
}

int tue = 0, wed = 0; // количество вторников и сред
for (int i = 0; i < days; ++i) {
    if (m == 1) { // текущий день - вторник
        ++tue;
    } else if (m == 2) { // текущий день - среда
        ++wed;
    }

    m = (m + 1) % 7;
}

if (tue != wed) {
    cout << "YES";
} else {
    cout << "NO";
}
```

Задача В. Мячики

Рассмотрим происходящий процесс. Пусть мы бросили несколько мячиков. В некоторый момент времени первый запущенный мячик достигнет отметки, когда Вова его собьёт. Через минуту второй мячик подлетит к этой отметке, затем $M - 1$ минуту он будет лететь в сторону Вовы, после чего его тоже собьют. Ещё через минуту к тому месту, где сбили второй мячик, подлетит третий мячик, который будет лететь ещё $M - 1$ минуту, и так далее.

Отсюда следует, что в случае $M = 1$ ни один мячик не долетит до Вовы.

Теперь рассмотрим случай $M > 1$. Мячик может преодолеть расстояние D метров за $\frac{D}{X}$ минут. Всё это время разбивается на промежутки по $M - 1$ минуте, в каждый из которых мячик приближается к Вове. Таким образом, потребуется $\lceil \frac{D}{X \cdot (M-1)} \rceil + 1$ мячиков (с учётом первого брошенного мячика, который собьют, как только он подлетит на расстояние D к Вове).

Асимптотика: $O(1)$.

Задача С. AvtoBus

Автор задачи: Захар Яковлев, разработка: Михаил Первеев

Пусть количество автобусов с двумя осями равно x , а количество автобусов с тремя осями — y . Тогда должно быть верно равенство: $4x + 6y = n$. Очевидно, если n не делится на два, то подходящих решений нет, так как левая часть равенства делится на два. Теперь можно поделить обе части равенства на два и получить: $2x + 3y = \frac{n}{2}$.

Поймем, как максимизировать количество автобусов. Для этого нужно сделать x как можно больше. Таким образом, мы получим $2 + \dots + 2 + 2 = \frac{n}{2}$, если $\frac{n}{2}$ чётно, и $2 + \dots + 2 + 3 = \frac{n}{2}$, если $\frac{n}{2}$ нечётно. В обоих случаях количество автобусов равно $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.

Теперь поймем, как минимизировать количество автобусов. Для этого, наоборот, нужно сделать y как можно больше. Таким образом, получим $3 + \dots + 3 + 3 + 3 = \frac{n}{2}$, если $\frac{n}{2}$ делится на 3, $3 + \dots + 3 + 3 + 2 = \frac{n}{2}$, если $n \equiv 2 \pmod{3}$, и $3 + \dots + 3 + 2 + 2 = \frac{n}{2}$, если $n \equiv 1 \pmod{3}$. Во всех трех случаях количество автобусов равно $\lceil \frac{n}{3} \rceil$.

Также следует не забыть случай $n = 2$ — каждый автобус имеет хотя бы четыре колеса, поэтому в этом случае ответа не существует.

Асимптотика: $\mathcal{O}(1)$.

Задача D. Круг друзей

В этой задаче необходимо сделать ровно то, что в ней просят. Для случая броска вперед можно обойтись без условий (формула $(p - 1 + k) \% n + 1$). Для случая броска назад тоже можно обойтись без условий, тогда получится формула $(p - 1 - k + n) \% n + 1$. Заметьте, что если бы n было порядка $2 \cdot 10^9$, то вторая формула не сработала бы, ведь в худшем случае там получается число примерно равное $2 \cdot n$. Если вы пишете на питоне, то можно обойтись без добавления n , так как питон правильно работает со взятием остатка от деления отрицательных чисел.

Задача E. Разноцветные шарики

Для решения этой задачи нужно понять, какой наихудший случай. Здесь он достигается в том случае, когда мы вытащили $m - 1$ шариков каждого цвета. Если все $a_i \geq m - 1$, то мы можем просто вывести $(m - 1) \cdot n + 1$. Если какого-то цвета меньше $m - 1$, то нам необходимо просто взять все шарики этого цвета. Таким образом ответ равен $1 + \sum_{i=1}^n \min(m - 1, a_i)$.

Задача G. Миша и сериалы

Для начала заметим, что если $m \geq k$, то можно как минимум один раз нажать на кнопку. Далее будем считать, что $m < k$. При еще одном нажатии на кнопку Миша пропустит все интро, а также $k - m$ секунд серии. Осталось только проверить, можно ли пропустить такое количество сериала.

```
n = int(input())
m = int(input())
k = int(input())
t = int(input())
m %= k
skip = k - m
if skip > t:
    skip = 0
print(n - skip)
```

Задача H. Изменения температуры

Авторы задачи: Александр Безручко, Екатерина Глеч, Анна Кличенко, Анастасия Романова, Айдар Фасиков, Галина Шаповалова, разработчик: Михаил Кондрашин

Формально условие задачи можно представить следующим образом. У нас есть целые числа x и y , к которым мы **по очереди** применяем операции двух типов:

1. Из x вычесть a , к y прибавить a ;
2. К x прибавить b , из y вычесть b ;

При этом мы обязаны начать с операции первого типа и сделать четное количество операций. Нужно сделать числа x и y равными за минимальное количество операций.

Частичное решение

Частичное решение, набирающее 40 баллов, предполагает следующую идею.

При данных ограничениях можно показать, что при наличии ответа, ответ не превосходит 100 000. Будем по очереди выполнять операции. Если в какой-то момент значения x и y стали равны, нужно проверить, что выполненное количество операций четно. Если значение x не стало равно значению y , то ответ не существует.

Время работы: $\mathcal{O}(\max(x, y))$.

Полное решение

Для полного решения объединим две операции в одной действие: к числу x прибавить $b - a$, а к числу y прибавить $a - b$.

Обозначим количество действий за k и представим условие в виде уравнения:

$$x + k \cdot (b - a) = y + k \cdot (a - b)$$

Выразим k из уравнения: $k = \frac{y - x}{2 \cdot (b - a)}$.

1. Если $a = b$, то знаменатель дроби равен нулю. Тогда имеют место два случая:

(a) $x = y$, тогда ответ «YES», и мы сделали 0 действий.

(b) $x \neq y$, тогда ответ «NO».

2. Если $k < 0$, то ответ «NO», потому что мы не можем сделать отрицательного количества действий.

3. Иначе ответ «YES» и мы сделали k действий.

Если мы нашли подходящее k , то его нужно умножить на два, так как за k мы обозначили количество действий, а количество операций в два раза больше, чем количество действий.

Время работы: $\mathcal{O}(1)$.