Задача A. Новые счастливые билеты

Обратим внимание, что для чисел 199992 и 123456, если менять правую половину, то, даже если заменить ее на максимальное трехзначное число из чисел слева, то полученное число будет меньше исходного, поэтому нужно менять левую половину. Ближайшими будут числа 299992 и 456456. Для чисел 867235, 320912 и 314100 нужно менять правую половину, потому что полученное число будет ближе к исходному. Ответы для этих чисел 867678, 912912, 314134.

Задача B. Долгое сложение

Заметим, что искомые числа получаются как сумма ряда $1+1+2+4+8+6+2+4+8+6+2+\ldots$. То есть числа 2, 4, 6 и 8 прибавляются с периодом 4.

Таким образом, за 15 операций получится число $1 + 1 + (2 + 4 + 6 + 8) * 3 + 2 + 4$ —- 68.

Для числа 2022 нужно 405 операций.

Трехзначных чисел получится 180.

Какое наибольшее семизначное число можно получить, выполняя эти операции?

Наибольшее семизначное число — 9999996.

Наименьшее число, являющееся степенью числа 2 и большее числа 32, которое также нельзя получить, —512.

Задача C. Треугольник

Обозначим отрезок максимальной длины за maxim, средней длины за middle, минимальной длины за minim. Отрезок, которая может мешать нам собрать треугольник — это отрезок длины maxim. Чтобы можно было собрать треугольник необходимо убрать maxim — middle — minim + 1. Осталось проверить, что убирать вообще нужно (вдруг треугольник уже можно собрать), и вывести ответ.

Задача D. Количество антител

Заметим, что тяжёлых сетей всего может быть $V_h \cdot D_h \cdot J_h$ — для каждой цепи выбирается по одному варианту из V_h, D_h и J_h для из участков V, D и J, соответственно.

Аналогично, лёгких цепей типа κ может быть $V_\kappa \cdot J_\kappa$, а лёгких цепей типа λ может быть $V_\lambda \cdot J_\lambda$.

Каждая тяжёлая цепь соединяется или с лёгкой типа κ, или с лёгкой типа λ. В молекуле иммуноглобулина по паре тяжёлых и лёгких цепей, но цепи в каждой паре одинаковые. Тогда общее количество возможных молекул иммуноглобулинов считается по формуле $(V_\kappa \cdot J_\kappa + V_\lambda \cdot J_\lambda) \cdot V_h \cdot D_h \cdot J_h$

Задача E. Электросамокат

Будем последовательно идти по станциям. Если между двумя какими то станциями расстояние > D, то доехать до точки L не получится. Необходимо вывести -1 Также, будем хранить в переменной nowD остаток от заряда батареи самоката. Если расстояние до следующей станции > nowD, то необходимо взять новый самокат. Прибавляем к ответу 1. Если расстояние до следующей станции <= nowD, то можно доехать до следующей станции на текущем самокате. Выводим ответ.

Задача F. Корзина грибов

Рассмотрим 2 варианта: если количество грибов вида, который встретился больше всего раз (назовем этот вид грибов доминирующим), больше, чем количество всех остальных грибов + 1, и, если это не так.

В первом случае даже если мы будем собирать по очереди доминирующий гриб, не доминирующий, доминирующий и т. д., мы соберем не больше, чем $(\text{sum} - \max) \cdot 2 + 1$, где sum — количество всех грибов, max — количество доминирующих грибов (соответственно, $(\text{sum} - \max)$ — количество недоминирующих грибов). И ровно столько мы собрать можем, если будем собирать доминирующий гриб, не доминирующий, доминирующий и т. д., пока не кончатся недоминирующие грибы.

Во втором случае утверждается, что мы сможем собрать все грибы. Чтобы это сделать, можно, например собирать их так: берем те грибы, которых больше всего, а если такой гриб мы только что брали, то берем один из вторых по количеству. Заметим, что у нас сохраняется на каждом шаге правило, что доминирующих грибов не больше, чем всех остальных + 1. Если мы вдруг не сможем взять никакой из оставшихся грибов, то значит у нас в какой-то момент времени осталась кучка из хотя бы 2 доминирующих грибов, что больше, чем количество остальных (их 0) $+ 1$. Противоречие. Значит мы сможем брать грибы пока они не кончатся, и, получается, что ответ — количество грибов.